ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

В.Н.Байер,В.СФадин,В.А.Хозе

Упругие и неупругие формфакторы в сечениях электромагнитных процессов

НОВОСИБИРСК 1965

Аннотация

В однофотонном приближении выведены общие формулы для сечений упругого рассеяния и двух- и трёхчастичной аннигиляции пары произвольных частиц. Рассмотрены процессы рождения пары частиц при взаимодействии фотона с заряженной частицей и при неупругой электромагнитной аннигиляции пары.

<u>Elastic and inelastic Formfactors in Cross-section</u>
<u>of electromagnetic processes</u>

<u>V.Baier,V.Fadin,V.Khose</u>

General Formula's for cross-section of elastic scattering, two- and threeparticle annigilation is developed in onephoton approximation.The processes of pair creation in interaction of photon and charged particle and in inelastic annigilation of pair is also considered.

I. Рассмотрим в низшем порядке теории возмущений (однофотонное приближение) электромагнитное взаимодействие двух произвольных различных частиц (рис.I). Электромагнитная вершина

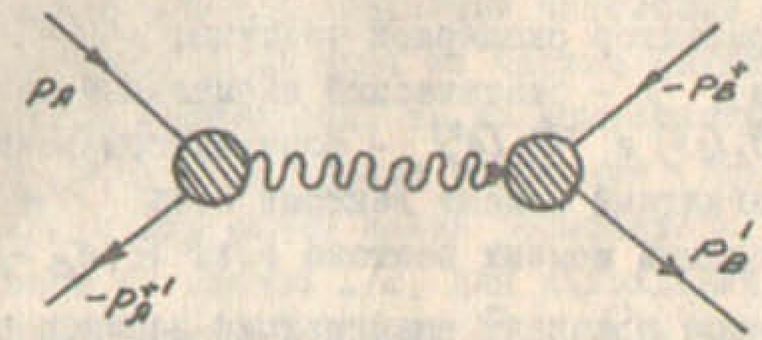

Рис. I.

(ток перехода) $J_A^{\mu}(p_A, p_A^{+\prime}, s_A)$ может быть выражена через некоторое (зависящее от спина s_A) число формфакторов. Вычисление сечений с использованием токов перехода является довольно громоздкой операцией. Однако при вычислении сечения процесса для неполяризованных частиц необходимо знать только $\sum_s J^{\mu} J^{\nu *}$
Легко показать, что из соображений релятивистской, CP- и калибровочной инвариантности (для определенности рассматривается аннигиляционный канал):

$$\langle J_A^{\mu} J_A^{\nu *} \rangle_{s_A} \equiv \sum_{s_A} J_A^{\mu} J_A^{\nu *} = \frac{e^2}{2N_A^2}\left[\mathcal{D}_{1A}(\Delta^{\mu}\Delta^{\nu} - \Delta^2 g^{\mu\nu}) - \mathcal{D}_{2A}\mathcal{P}_A^{\mu}\mathcal{P}_A^{\nu}\right] \qquad (I.I)$$

здесь $\Delta = p_A + p_A^{+\prime}$, $\mathcal{P}_A = p_A - p_A^{+\prime}$, $N_A = m_A$ для фермионов и $=I/2$ для бозонов, $\mathcal{D}_1(\Delta^2)$ и $\mathcal{D}_2(\Delta^2)$ - некоторые функции формфакторов[x] Отсюда ясно, что независимо от спина частиц, сечение процесса будет зависеть только от двух функций формфакторов каждой из частиц . Для скалярных (S), векторных (V) частиц и фермионов со спином I/2 (F) указанные функции имеют вид [2]:

$$\mathcal{D}_1^S = 0 \;;\; \mathcal{D}_2^S = -\frac{|F|^2}{2} \qquad (I.2)$$

$$\mathcal{D}_1^F = |\mathcal{F}_1 + g\mathcal{F}_2|^2 \;;\; \mathcal{D}_2^F = |\mathcal{F}_1|^2 - \frac{\Delta^2 g^2}{4m^2}|\mathcal{F}_2|^2 \qquad (I.3)$$

---

x/ Эта формула была давно получена из теоретико-групповых соображений [1].

$$\mathcal{D}_1^V = -\frac{\mathcal{P}^2}{4m^2}\left|\mathcal{G}_1 + \mu_B\mathcal{G}_2 + \varepsilon_B\mathcal{G}_3\right|^2$$

$$\mathcal{D}_2^V = \frac{\Delta^2}{4m^2}\left|\mathcal{G}_1+\mu_B\mathcal{G}_2+\varepsilon_B\mathcal{G}_3\right|^2 - \left|\mathcal{G}_1 + \frac{\Delta^2\varepsilon_B}{2m^2}\mathcal{G}_3\right|^2 - \frac{1}{2}\left|\mathcal{G}_1 + \frac{\Delta^2\mu_B}{2m^2}\mathcal{G}_2\right|^2 \qquad (I.4)$$

здесь $F(\Delta^2)$ - формфактор скалярной частицы; $\mathcal{F}_1(\Delta^2)$ и $\mathcal{F}_2(\Delta^2)$ формфакторы фермиона (g - статический аномальный магнитный момент); $\mathcal{G}_1(\Delta^2)$, $\mathcal{G}_2(\Delta^2)$ и $\mathcal{G}_3(\Delta^2)$ - формфакторы вектона (статический аномальный магнитный момент вектона есть $\mu_B + \varepsilon_B$, статический квадрупольный момент вектона есть $2(\varepsilon_B - \mu_B)$).

Сечение процесса в канале аннигиляции запишем в виде:

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2}\frac{N_A^2 N_B^2}{\sqrt{(P_A P_A^{+\prime})^2 - m_A^4}}\frac{1}{(2S_A+1)^2}\frac{X}{\Delta^4}\delta(P_A + P_A^{+\prime} - P_B^{+} - P_B^{\prime})\frac{d^3P_B^{\prime}}{E_B^{\prime}}\frac{d^3P_B^{+}}{E_B^{+}} \qquad (I.5)$$

Если положить, что обе частицы обладают электромагнитной структурой, то

$$X = \langle J_A^{\mu} J_A^{\nu *}\rangle_{S_A}\langle J_{B\mu} J_{B\nu}^{*}\rangle_{S_B} = \frac{e^4\Delta^4}{4N_A^2 N_B^2}\Big\{3\mathcal{D}_{1A}\mathcal{D}_{1B} - \frac{(\Delta^2 - 4m_A^2)}{\Delta^2}\mathcal{D}_{2A}\mathcal{D}_{1B} - \frac{(\Delta^2 - 4m_B^2)}{\Delta^2}\mathcal{D}_{2B}\mathcal{D}_{1A} + \frac{(P_A P_B)^2}{\Delta^4}\mathcal{D}_{2A}\mathcal{D}_{2B}\Big\} \qquad (I.6)$$

Заметим также, что для точечных частиц

$$\mathcal{D}_1^{0S} = 0\ ;\ \mathcal{D}_2^{0S} = -\frac{1}{2}$$
$$\mathcal{D}_1^{0F} = 1\ ;\ \mathcal{D}_2^{0F} = 1 \qquad (I.7)$$
$$\mathcal{D}_1^{0V} = -\frac{\mathcal{P}^2}{4m^2}\ ;\ \mathcal{D}_2^{0V} = \frac{\Delta^2}{4m^2} - \frac{3}{2}$$

Сечение процесса в канале рассеяния имеет вид:

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2}\frac{N_A^2 N_B^2}{\sqrt{(P_A P_B)^2 - m_A^2 m_B^2}}\frac{(-1)^{2(S_A+S_B)}}{(2S_A+1)(2S_B+1)}\frac{X}{\Delta^4}\delta(P_A + P_B - P_A^{\prime} - P_B^{\prime})\frac{d^3P_A^{\prime}}{E_A^{\prime}}\frac{d^3P_B^{\prime}}{E_B^{\prime}} \qquad (I.8)$$

причем в (I.I), (I.6) должна быть сделана замена

$$-P_A^{+\prime} \to P_A^{\prime}\ ;\ -P_B^{+} \to P_B \qquad (I.9)$$

При экспериментальном определении формфакторов с помощью полученных выше выражений для сечений (I.5,6,8) можно разделить части, зависящие от двух кинематических инвариантов (Δ^2 , $(P_A P_B)$), так, что в опыте с неполяризованными частицами определяются две функции формфакторов. Если одна из частиц является точечной, или обладает известной структурой, то на опыте могут быть определены функции $\mathcal{D}_1$ и $\mathcal{D}_2$. В канале рассеяния (где формфакторы вещественны) зная $\mathcal{D}_1$ и $\mathcal{D}_2$ можно найти формфакторы для бозонов со спином 0 и фермионов со спином I/2, для нахождения формфакторов частиц с бо́льшим спином знания функций $\mathcal{D}_1$ и $\mathcal{D}_2$ уже недостаточно и нужно ставить поляризационный опыт. Такой опыт необходим также для определения формфакторов в аннигиляционном канале (где формфакторы комплексные функции), а также в случае, когда обе частицы обладают структурой.

Приведенные формулы (I.5,8) в частных случаях переходят в большое число ранее полученных результатов: для случая рассеяния электронов на протонах (F^0-F) в формулу Розенблюта [3], для рассеяния мюона на протоне (F-F) в результате Никишова [4], для рассеяния электронов на дейтроне (F^0-V) в результат Глазера и Якшича [5], для аннигиляции протон-антипротонной в электрон-позитронную пару, мюонную пару ($F \to F^0$) и вектонную пару ($F \to V$) в результат Зихихи и др. [6].

Следует заметить, что если одна из частиц является поляризованной, то выражение (I.I) по-прежнему удобно использовать для описания другой частицы[2].

В аннигиляционном канале можно получить также формулу для интегрального сечения процесса

$$\sigma = \frac{e^4}{24\pi}\sqrt{\frac{\Delta^2 - 4m_B^2}{\Delta^2}}\frac{1}{\sqrt{(P_A P_A^{+\prime})^2 - m_A^4}}\frac{1}{(2S_A+1)^2}\Big[3\mathcal{D}_{1A} - \frac{\Delta^2 - 4m_A^2}{\Delta^2}\mathcal{D}_{2A}\Big]\Big[3\mathcal{D}_{1B} - \frac{\Delta^2 - 4m_B^2}{\Delta^2}\mathcal{D}_{2B}\Big] \qquad (I.10)$$

2. Подобный подход оказывается весьма продуктивным также для описания рождения частиц при электромагнитном взаимодействии [7] и трехчастичной аннигиляции пары частиц (рис.2).

Рис. 2.

Рассмотрим сечение трехчастичной аннигиляции для неполяризованных частиц. В этом случае нас интересует $Y^{\mu\nu} = \sum_{S_A,S_B,S_C} I^\mu I^{\nu *}$, где $I^\mu = \langle ABC|\hat{I}^\mu|0\rangle$ – ток перехода. Вклад в сечение даёт симметричная часть этого тензора не содержащая Δ^μ, Δ^ν, поскольку тензор $Y^{\mu\nu}$ сворачивается с симметричным калибровочно инвариантным тензором (I.I). Эта часть имеет вид:

$$Y_S^{\mu\nu} = -\frac{e^2}{N_A N_B N_C}\left\{ g^{\mu\nu}\varphi_0 + P_A^\mu P_A^\nu \varphi_1 + P_B^\mu P_B^\nu \varphi_2 + \frac{1}{2}(P_A^\mu P_B^\nu + P_A^\nu P_B^\mu)\varphi_3 \right\} \qquad (2.I)$$

где φ_m – функции трёх кинематических инвариантов, которые обычно называют "неупругими форм-факторами" [7]. Сечение трёхчастичной аннигиляции запишем в виде:

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^5}\frac{N_A N_B N_C N_i^2}{\sqrt{(P_i P_i^{+\prime})^2 - m_i^4}}\frac{Z}{\Delta^4(2S_i+1)^2}\,\delta(P_i + P_i^{+\prime} - P_A - P_B - P_C)\frac{d^3P_A}{E_A}\frac{d^3P_B}{E_B}\frac{d^3P_C}{E_C} \qquad (2.2)$$

где

$$Z = Y_S^{\mu\nu}\langle J_{i\mu} J_{i\nu}^* \rangle_{S_i} = \frac{e^4}{2N_A N_B N_C N_i^2}\sum_{m=0}^{3}\varphi_m T_m \qquad (2.3)$$

$$\begin{aligned} T_0 &= 3\mathcal{D}_1\Delta^2 + \mathcal{D}_2\mathcal{P}_i^2 \\ T_1 &= \mathcal{D}_1\left[\Delta^2 m_A^2 - (P_A\Delta)^2\right] + \mathcal{D}_2(P_A\mathcal{P}_i)^2 \\ T_2 &= \mathcal{D}_1\left[\Delta^2 m_B^2 - (P_B\Delta)^2\right] + \mathcal{D}_2(P_B\mathcal{P}_i)^2 \\ T_3 &= \mathcal{D}_1\left[\Delta^2(P_A P_B) - (P_A\Delta)(P_B\Delta)\right] + \mathcal{D}_2(P_A\mathcal{P}_i)(P_B\mathcal{P}_i) \end{aligned} \qquad (2.4)$$

3. Значительный интерес представляет случай, когда одна из частиц A,B,C является фотоном (рис.3), Это так называемый виртуальный комптон-эффект, для описания которого приходится вводить большое число инвариантных функций (3 для спина 0,I2 для спина I/2 и т.д.)

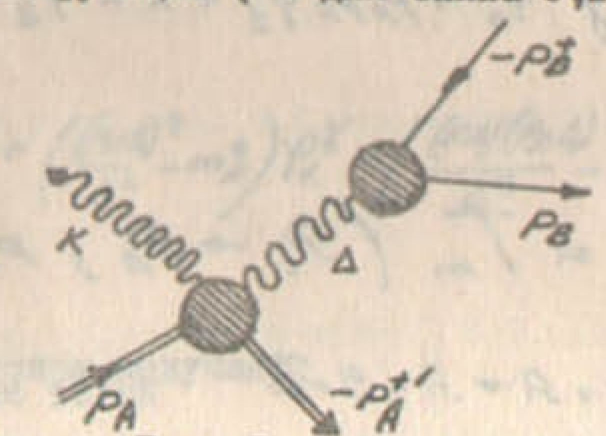

Рис. 3.

В то же время при данном подходе для описания виртуального комптон-эффекта, независимо от спина частицы, необходимы четыре неупругих формфактора. Мы рассмотрим два возможных случая:

I) $\gamma + A \to A + B + \bar{B}$, рождение пары фотоном при взаимодействии с частицей A (например рождение электрон-позитронной или мюонной пары при взаимодействии фотона с протоном с учётом структуры протона); 2) $A + \bar{A} \to B + \bar{B} + \gamma$, неупругая электромагнитная аннигиляция пары (например, аннигиляция протон-антипротонной пары в электрон-позитронную или мюонную пару с излучением фотона, для диаграмм, на которых излучает протон). Заметим, что наряду с диаграммой типа приведенного на рис.3, есть еще диаграммы на которых фотон поглощается частицей B, тогда вклад частицы A может быть естественно описан с помощью формфакторов [8,9]. Если рассматривать сечения проинтегрированные по конечным состояниям родившейся пары, то интерференционный член между вкладами двух типов диаграмм обращается в нуль [8,9].

Дифференциальное сечение процесса $A+\bar{A}\to B+\bar{B}+\gamma$ имеет вид: (здесь и ниже рассматривается только вклад диаграмм типа рис.3, вклад диаграмм другого типа рассмотрен в работах [8,9])

$$d\sigma_{1A}=\frac{1}{2(2\pi)^5}\frac{N_A^2N_B^2}{\sqrt{(p_Ap_A^{+\prime})^2-m_A^4}}\frac{1}{(2s_A+1)^2}\frac{Z_\gamma}{\Delta^4}\delta(p_A+p_A^{+\prime}-p_B-p_B^{+}-k)\frac{d^3p_B}{E_B}\frac{d^3p_B^{+}}{E_B^{+}}\frac{d^3k}{\omega} \qquad (3.1)$$

где

$$Z_\gamma=Y_\gamma^{\mu\nu}\langle J_{B\mu}J_{B\nu}^{*}\rangle_{s_B}=\frac{e^6}{N_A^2N_B^2}\sum_{m=0}^{3}\varphi_m^\gamma\mathcal{L}_m \qquad (3.2)$$

$$Y_\gamma^{\mu\nu}=-\frac{2e^4}{N_A^2}\left\{g^{\mu\nu}\varphi_0^\gamma+p_A^\mu p_A^\nu\varphi_1^\gamma+k^\mu k^\nu\varphi_2^\gamma+\frac{1}{2}(p_A^\mu k^\nu+p_A^\nu k^\mu)\varphi_3^\gamma\right\} \qquad (3.3)$$

$$\mathcal{L}_m=T_m\left(\mathcal{P}_i\to\mathcal{P}_B,\ p_B\to k\right) \qquad (3.4)$$

Сечение процесса $\gamma+A\to A+B+\bar{B}$ имеет вид:

$$d\sigma_{2A}=\frac{1}{4(2\pi)^5}\frac{N_A^2N_B}{(p_Ak)}\frac{(-1)^{2s_A}}{(2s_A+1)}\frac{Z_\gamma}{\Delta^4}\delta(p_A+k-p_A^{\prime}-p_B-p_B^{+})\frac{d^3p_B}{E_B}\frac{d^3p_B^{+}}{E_B^{+}}\frac{d^3p_A^{\prime}}{E_A^{\prime}} \qquad (3.5)$$

причём в выражении для Z_γ следует сделать замены

$$-p_A^{+\prime}\to p_A^{\prime}\ ;\quad k\to -k \qquad (3.6)$$

4. Полученные выражения могут быть проинтегрированы по конечным состояниям родившейся пары, причём мы будем использовать то, что

$$\int\langle J_B^\mu J_B^{\nu *}\rangle_{s_B}\delta(p_B+p_B^{+}-\Delta)\frac{d^3p_B}{E_B}\frac{d^3p_B^{+}}{E_B^{+}}=\frac{e^2c(\Delta^2)}{N_B^2}\left(g^{\mu\nu}-\frac{\Delta^\nu\Delta^\mu}{\Delta^2}\right) \qquad (4.1)$$

$$c(\Delta^2)=\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{\Delta^2-4m_B^2}{\Delta^2}}\left[(\Delta^2-4m_B^2)\mathcal{D}_2-3\Delta^2\mathcal{D}_1\right] \qquad (4.2)$$

Выполняя также тривиальное интегрирование по азимутальному углу получаем следующее выражение для сечения неупругой электромагнитной аннигиляции пары:

$$d\sigma_{1A}=\frac{e^6}{2(2\pi)^4}\frac{1}{\left[(p_Ap_A^{+\prime})^2-m_A^4\right]}\frac{1}{(2s_A+1)^2}\frac{c(\Delta^2)V}{\Delta^4}d(kp_A)d\Delta^2 \qquad (4.3)$$

где

$$V=-3\varphi_0^\gamma+\frac{(k\Delta)^2}{\Delta^2}\varphi_2^\gamma+\left(\frac{(p_A\Delta)^2}{\Delta^2}-m_A^2\right)\varphi_1^\gamma+\left[\frac{(k\Delta)(p_A\Delta)}{\Delta^2}-(kp_A)\right]\varphi_3^\gamma \qquad (4.4)$$

Для рождения пары фотоном получаем:

$$d\sigma_{2A}=\frac{e^6}{8(2\pi)^4}\frac{1}{(p_Ak)^2}\frac{(-1)^{2s_A}}{(2s_A+1)}\frac{c(\Delta^2)U}{\Delta^4}d\mathcal{P}_A^2d\Delta^2 \qquad (4.5)$$

причём

$$\mathcal{P}_A=p_A-p_A^{\prime}\ ;\quad U=V\left(-p_A^{+\prime}\to p_A^{\prime}\ ;\ k\to -k\right) \qquad (4.6)$$

Важно отметить, что несмотря на наличие произвольных формфакторов удаётся получить дифференциальное сечение только с двумя диффе -

ренциалами, так что использование неупругих формфакторов оказыва-
ется весьма удобным при описании виртуального комптон-эффекта.

5. Структура форм (I.I),(2.I) определяется только условия-
ми релятивистской, CP- , калибровочной инвариантности и числом
внешних векторов. Введенные в них функции $\mathcal{D}_m$ и φ_m являются
"кинематическими формфакторами" в том смысле, что тензорные структу-
ры при $\mathcal{D}_m$ и φ_m являются чисто кинематическими, а все дина-
мические свойства частиц и взаимодействий содержатся в $\mathcal{D}_m$(φ_m).
Таким образом в однофотонном приближении при записи сечений через
кинематические формфакторы раздельно входят кинематические и динами-
ческие части. Приведенные выше результаты показывают, что такое
разделение оказывается весьма полезным.

Литература

I. D.Yennie,M.Levy,D.Ravenhall.Rev.Mod.Phys.29,144,1957.

2. В.Н.Байер, В.С.Фадин. ДАН СССР, I6I, 74, I965

3. M.Rosenbluth.Phys.Rev.79,615,1950.

4. А.И.Никишов, ЖЭТФ, 36, I604, I959

5. V.Glaser,B.Jakšić.Nuovo Cimento.5,1197,1957.

6. A.Zichichi,S.Berman,N.Cabibbo,R.Gatto.Nuovo Cim.24,170,1962

7. M.Gourdin.Nuovo Cimento.21,1094,1961.

8. В.Н.Байер, В.А.Хозе. Ядерная физика 2 № 2, I965.

9. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЖЭТФ (в печати)